DEMOSTRACION DE IDENTIDADES

PARA DEMOSTRAR UNA IDENTIDAD TRIGONOMÉTRICA SE PUEDE TRABAJAR CON EL SIGUIENTE PROCEDIMIENTO:

1. ELEGIR UN MIEMBRO DE LA IGUALDAD, GENERALMENTE EL MÁS COMPLEJO, PARA SIMPLIFICARLO.

2. ESCRIBIR LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TÉRMINOS DE SENO Y COSENO.

3. APLICAR LAS IDENTIDADES FUNDAMENTALES Y USAR LA FACTORIZACIÓN, LOS PRODUCTOS NOTABLES O LAS OPERACIONES INDICADAS CUANDO SE REQUIERA.

EJEMPLO 1:

Para demostrar la identidad $\frac{\cos\beta}{1-\operatorname{sen}\beta} = \sec\beta + \tan\beta$ se multiplica la expresión del miembro izquierdo de la igualdad por $\frac{1+\operatorname{sen}\beta}{1+\operatorname{sen}\beta}$.

$\frac{\cos\beta}{1-\operatorname{sen}\beta}\cdot\frac{1+\operatorname{sen}\beta}{1+\operatorname{sen}\beta}$	Se escribe la expresión más compleja y se multiplica por $\frac{1+\operatorname{sen}\beta}{1+\operatorname{sen}\beta}$
$\frac{\cos\beta(1+\operatorname{sen}\beta)}{1-\operatorname{sen}^2\beta}$	Se multiplican las expresiones
$\frac{\cos\beta(1+\operatorname{sen}\beta)}{\cos^2\beta}$	Se usa la identidad pitagórica
$\frac{(1+\operatorname{sen}\beta)}{\cos\beta} = \frac{1}{\cos\beta} + \frac{\operatorname{sen}\beta}{\cos\beta}$	Se simplifica y se escribe la suma de fracciones
$= \sec\beta + \tan\beta$	Se usan las identidades y se obtiene la igualdad

EJEMPLO 2:

Demostraci ó n de la identidad:

$$\sin \emptyset * \cot \emptyset = \cos \emptyset$$

Teniendo en cuenta la identidad cociente

Que indica que

$$\cot \emptyset = \frac{cos\emptyset}{sin\emptyset}$$

Entonces

$$\sin \emptyset * \frac{cos\emptyset}{sin\emptyset} = \cos \emptyset$$

Cancelamos $\sin \emptyset$

$$\sin \emptyset * \cot \emptyset = \cos \emptyset$$

Queda demostrado

$$\cos \emptyset = \cos \emptyset$$

EJEMPLO 2:

$$\sin\alpha(\tan\alpha+\csc\alpha)=\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha\left(\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{1}{\sin\alpha}\right)=\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha\left(\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}\right)=\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\left(\frac{\sin\alpha^3+\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha\sin\alpha}\right)=\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha^2+\cos\alpha}{\cos\alpha}$$

EJEMPLO 2:

$$\tan\theta + \cot\theta = \sec\theta * \csc\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \sec\theta * \csc\theta$$

$$\frac{\sin\theta^2 + \cos\theta^2}{\cos\theta * \sin\theta} = \sec\theta * \csc\theta$$

COMO $\sin\theta^2 + \cos\theta^2 = 1$

$$\frac{1}{\cos\theta * \sin\theta} = \sec\theta * \csc\theta$$

LUEGO

$$\sec\theta * \csc\theta = \sec\theta * \csc\theta$$

ACTIVIDADES:

$$\operatorname{sen}\alpha(1 + \cot^2\alpha) = \operatorname{cosec}\alpha$$

$$(\tan\theta + \cot\theta) = \frac{1}{\operatorname{sen}\theta \cdot \cos\theta}$$

$$\frac{\sec\beta - 1}{1 - \cos\beta} = \sec\beta$$

$$\frac{1}{1 - \operatorname{sen}\alpha} = \sec^2\alpha + \sec\alpha \cdot \tan\alpha$$

$$\frac{\cos^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha} + \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$$

Verifica las identidades.

a. $\dfrac{1 + \cot^2\alpha}{\operatorname{sen}\alpha + \cos\alpha} = \operatorname{cosec}\alpha$

b. $\dfrac{\tan^2\alpha + 1}{\tan^2\alpha} = \operatorname{cosec}^2\alpha$

c. $\sec^2\alpha + 4 = \tan^2\alpha + 5$

d. $\dfrac{\cos^2 x}{\sec^2 x\,(\tan^2 x - 1)} = \operatorname{cosec}^2 x$